

SỞ GD&ĐT HẢI PHÒNG

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (2 điểm)	1a) (1,0 điểm)	
	Ta có : $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1) = \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3}(\sqrt{3}-1)$	0,25
	$\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{5}$	0,25
	$x = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}} = \frac{3-1}{1} = 2$	0,25
	Thay giá trị của x vào P ta được: $P = (12.2^2 + 4.2 - 55)^{2017} = 1^{2017} = 1$	0,25
	1b) (1,0 điểm)	
	Với điều kiện $a > 0; a \neq 1$ thì: $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$	0,25
	$M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{\sqrt{a}}$	
Khi đó $N = \frac{6}{M} = \frac{6\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)^2} > 0$ Ta thấy với $0 < a \neq 1 \Rightarrow a - \sqrt{a} + 1 > 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{a}+1)^2 > 3\sqrt{a} \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)^2} < 2$	0,25	
Do $0 < N < 2$ Để N có giá trị nguyên thì $N = 1$.	0,25	

	$\Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{a+2\sqrt{a}+1} = 1 \Leftrightarrow a-4\sqrt{a}+1=0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{a}-2)^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = \sqrt{3}+2 \\ \sqrt{a} = -\sqrt{3}+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7+4\sqrt{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ a = 7-4\sqrt{3} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$ <p>Vậy $a = 7 \pm 4\sqrt{3}$.</p>	0,25
	<p>2a) (1,0 điểm)</p> <p>Phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ có hai nghiệm thì: $\Delta' = m^2 - (m^2 - m - 6) = m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -6$.</p> <p>Theo hệ thức Vi-ét ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - m - 6 \end{cases}$	0,25
	<p>Ta có:</p> $ x_1 + x_2 = 8 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 x_2 = 64$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2 x_1 x_2 = 64 \quad (1)$	0,25
	<p>Trường hợp 1: Nếu x_1 và x_2 cùng dấu thì:</p> $x_1 x_2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -6 \\ m^2 - m - 6 = (m+2)(m-3) \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases} \quad (*)$ <p>Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 64 \Leftrightarrow 4m^2 = 64 \Leftrightarrow m = \pm 4$ (thỏa mãn (*)).</p>	0,25
	<p>Trường hợp 2: Nếu x_1 và x_2 trái dấu thì:</p> $x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 6 = (m+2)(m-3) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3 \quad (**)$ <p>Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 64 \Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - m - 6) = 64$ $\Leftrightarrow m + 6 = 16 \Leftrightarrow m = 10$ (không thỏa mãn điều kiện (**)). Kết luận: $m = \pm 4$</p>	0,25
Bài 2 (2 điểm)	<p>2b) (1,0 điểm)</p> $\begin{cases} x^3 y^2 - 2x^2 y - x^2 y^2 + 2xy + 3x - 3 = 0 & (1) \\ y^2 + x^{2017} = y + 3m & (2) \end{cases}$ <p>Ta có (1) $\Leftrightarrow x^3 y^2 - x^2 y^2 - 2x^2 y + 2xy + 3x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2 y^2 - 2xy + 3) = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (xy-1)^2 + 2 = 0 \text{ (Vô lý)} \end{cases}$	0,25
	<p>Thay $x = 1$ vào phương trình (2) ta được $y^2 - y - 3m + 1 = 0$ (3) Để phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt thì:</p> $\Delta = 1 + 4(3m - 1) > 0 \Leftrightarrow 12m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$	0,25
	<p>Theo đề bài: $(x_1 + y_2)(x_2 + y_1) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4 + y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 0$ (4) do $x_1 = x_2 = 1$.</p>	0,25
	<p>Với $m > \frac{1}{4}$ theo hệ thức Vi-ét cho phương trình (3) ta có :</p>	0,25

SỰ TÂM BỞI DAYTOT.VN !

	$\begin{cases} y_1 + y_2 = 1 \\ y_1 y_2 = 1 - 3m \end{cases}$ thay vào (4) ta có: $5 + 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn) Kết luận: $m = 2$.	
	3a) (1,0 điểm) Ta có $(a + b^2) \mid (a^2 b - 1)$ suy ra: $a + b^2 = k(a^2 b - 1)$, với $k \in \mathbb{N}^*$ $\Leftrightarrow a + k = b(ka^2 - b)$ hay $mb = a + k$ (1) với $m = ka^2 - b \in \mathbb{N}^*$ $\Leftrightarrow m + b = ka^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $mb - m - b + 1 = a + k - ka^2 + 1$ $\Leftrightarrow (m - 1)(b - 1) = (a + 1)(k + 1 - ka)$ (3) Do $m, b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (m - 1)(b - 1) \geq 0$ Vì thế từ (3) suy ra: $(a + 1)(k + 1 - ka) \geq 0$. Lại do $a > 0$ nên suy ra: $k + 1 - ka \geq 0 \Rightarrow 1 \geq k(a - 1)$ Vì $a - 1 \geq 0, k > 0$ nên $1 \geq k(a - 1) \geq 0$ và $k(a - 1) \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \begin{cases} k(a - 1) = 0 \\ k(a - 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \\ k = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $a = 1$. Thay vào (3) ta được: $(m - 1)(b - 1) = 2$. $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 2 \\ b - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy, trường hợp này ta được hai cặp $a = 1; b = 2$ và $a = 1; b = 3$.	

	$\begin{cases} y_1 + y_2 = 1 \\ y_1 y_2 = 1 - 3m \end{cases}$ thay vào (4) ta có: $5 + 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn) Kết luận: $m = 2$.	
	3a) (1,0 điểm) Ta có $(a + b^2) \mid (a^2 b - 1)$ suy ra: $a + b^2 = k(a^2 b - 1)$, với $k \in \mathbb{N}^*$ $\Leftrightarrow a + k = b(ka^2 - b)$ hay $mb = a + k$ (1) với $m = ka^2 - b \in \mathbb{N}^*$ $\Leftrightarrow m + b = ka^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $mb - m - b + 1 = a + k - ka^2 + 1$ $\Leftrightarrow (m - 1)(b - 1) = (a + 1)(k + 1 - ka)$ (3) Do $m, b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (m - 1)(b - 1) \geq 0$ Vì thế từ (3) suy ra: $(a + 1)(k + 1 - ka) \geq 0$. Lại do $a > 0$ nên suy ra: $k + 1 - ka \geq 0 \Rightarrow 1 \geq k(a - 1)$ Vì $a - 1 \geq 0, k > 0$ nên $1 \geq k(a - 1) \geq 0$ và $k(a - 1) \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \begin{cases} k(a - 1) = 0 \\ k(a - 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \\ k = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $a = 1$. Thay vào (3) ta được: $(m - 1)(b - 1) = 2$. $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 2 \\ b - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy, trường hợp này ta được hai cặp $a = 1; b = 2$ và $a = 1; b = 3$.	

SỰ TÂM BỞI DAYTOT.VN !

Bài 3 (2 điểm)	Với $a = 2$ và $k = 1$. Thay vào (3) ta có: $(m - 1)(b - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ m = 1 \end{cases}$	0,25
	Khi $b = 1$, ta được: $a = 2, b = 1$. Khi $m = 1$: từ (1) suy ra $a + k = b \Rightarrow b = 3$. Khi đó: $a = 2, b = 3$. Vậy có 4 cặp số $(a; b)$ thỏa mãn là: $(1; 2), (1; 3), (2; 3), (2; 1)$.	
	3b) (1,0 điểm) Với x là số dương, áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $\sqrt{x^3 + 1} = \sqrt{(x+1)(x^2 - x + 1)} \leq \frac{x+1+x^2 - x + 1}{2} = \frac{x^2 + 2}{2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{x^3 + 1}} \geq \frac{2}{x^2 + 2} \quad (*)$ Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$ Áp dụng bất đẳng thức (*) ta được:	0,25
	$\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b+c}{a}\right)^3}} \geq \frac{2}{\left(\frac{b+c}{a}\right)^2 + 2} = \frac{2a^2}{(b+c)^2 + 2a^2}$	0,25
Suy ra: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} \geq \frac{2a^2}{2(b^2 + c^2) + 2a^2} = \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (1)$		
Tương tự ta có: $\sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (a+c)^3}} \geq \frac{b^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (2)$ $\sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (a+b)^3}} \geq \frac{c^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (3)$	0,25	

SUU TÀM BỞI DAYTOT.VN !

	Cộng vế với vế của ba bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3+(a+c)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3+(a+b)^3}} \geq 1$ Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.	0,25
Bài 4 (3 điểm)	Hình vẽ: 	
	4a) (1,5 điểm)	
	Gọi I là trung điểm của BC suy ra $IO \perp BC$ ΔABN đồng dạng với ΔANC (Vì $\angle ANB = \angle ACN$, $\angle CAN$ chung) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AN^2$.	0,50
	ΔANO vuông tại N, đường cao NH nên $AH \cdot AO = AN^2$ $\Rightarrow AB \cdot AC = AH \cdot AO$ (1)	0,25
	ΔAHK đồng dạng với ΔAIO (g.g) Nên $\frac{AH}{AI} = \frac{AK}{AO} \Rightarrow AI \cdot AK = AH \cdot AO$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AI \cdot AK = AB \cdot AC \Rightarrow AK = \frac{AB \cdot AC}{AI}$	0,5
	Ta có A, B, C cố định nên I cố định $\Rightarrow AK$ không đổi. Mà A cố định, K là giao điểm của BC và MN nên K thuộc tia AB $\Rightarrow K$ cố định (đpcm)	0,25
	4b) (1,5 điểm)	
	Ta có: ΔMHE đồng dạng ΔQDM (g.g) $\Rightarrow \frac{ME}{MQ} = \frac{MH}{DQ}$	0,50
	ΔPMH đồng dạng ΔMQH (g.g) $\Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{MH}{QH} = \frac{MH}{2DQ}$	0,50
	$\Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ME}{MQ} \Rightarrow ME = 2 MP \Rightarrow P$ là trung điểm ME.	0,50
Bài 5 (1 điểm)	Bài 5 (1,0 điểm)	
	Giả sử $A = \{a_1; a_2; a_3; \dots; a_{21}\}$ với $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{21} \in \mathbb{Z}$ và $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{21}$. Theo giả thiết ta có $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{11} > a_{12} + a_{13} + \dots + a_{21}$ $\Leftrightarrow a_1 > a_{12} - a_2 + a_{13} - a_3 + \dots + a_{21} - a_{11}$ (1)	0,25
	Mặt khác với $x, y \in \mathbb{Z}$ và nếu $y > x$ thì $y \geq x + 1$ $\Rightarrow a_{12} - a_2 \geq 10, a_{13} - a_3 \geq 10, \dots, a_{21} - a_{11} \geq 10$ (2) Nên từ (1) suy ra $a_1 > 10 + 10 + \dots + 10 = 100$ mà a_1 nhỏ nhất và $101 \in A \Rightarrow a_1 = 101$ Ta có $101 > a_{12} - a_2 + a_{13} - a_3 + \dots + a_{21} - a_{11} \geq 100$ $\Rightarrow a_{12} - a_2 + a_{13} - a_3 + \dots + a_{21} - a_{11} = 100$.	0,25

SUU TÂM BỞI DAYTOT.VN !

<p>Kết hợp với (2)</p> $\Rightarrow a_{12} - a_2 = a_{13} - a_3 = \dots = a_{21} - a_{11} = 10 \quad (3)$ $\Rightarrow 10 = a_{12} - a_2 = (a_{12} - a_{11}) + (a_{11} - a_{10}) + \dots + (a_3 - a_2) \geq 10$ $\Rightarrow a_{12} - a_{11} = a_{11} - a_{10} = \dots = a_3 - a_2 = 1 \quad (4)$ <p>Ta có $a_1 = 101$ mà $102 \in A \Rightarrow a_2 = 102$</p>	0,25
<p>Kết hợp với (3) và (4) suy ra $A = \{101; 102; 103; \dots; 121\}$.</p>	0,25

----- Hết -----